

7 Formelräkning

7.1 Formler med faktorer

Vid bla tekniska beräkningar använder man ofta formler. I den ursprungliga uppställningen består en formel av ett antal bokstäver/tecken som betecknar storheter av olika slag.

En formel är dessutom en ekvation. Dvs — uttrycken på båda sidor om likhetstecknet har samma värde.

En formel kan skrivas på lika många olika sätt som det antal bokstäver den innehåller. Ohms lag kan alltså skrivas på tre sätt.

Av erfarenhet vet vi att just omskrivning av formler kan vara besvärligt. Men tekniken är nödvändig att kunna. Antalet formler som kan skrivas om på tre eller flera olika sätt är så många att du omöjligt kan komma ihåg alla uttryck utantill.

Omflyttningen bygger på regler som säger att du i en ekvation/formel

- kan både dividera och multiplicera på båda sidor om likhetstecknet med *samma tal eller bokstav* utan att värdet förändras.

I exemplet är R den obekanta storheten. Formeln måste därför skrivas om så att R blir ensamt på en sida av likhetstecknet.

Vi vill ha bort I och dividerar därför med I på båda sidor. I/I kan förkortas bort (det blir 1). Förstår du principen? Vi vill ha bort I — därför dividerar vi med I så att det kan förkortas bort!

Vid beräkningarna måste alltid samhörande enheter användas. I vårt exempel volt, ampere och ohm. En annan gång kanske beräkningarna underlättas om du väljer kV, kA och kohm.

Exempel

Ohms lag:

$$U = I \cdot R$$

| | |
spänning ström resistans

Formeln visar sambandet mellan de elektriska storheterna ström, spänning och resistans.

Exempel

$$U = I \cdot R \text{ eller}$$

$$I = \frac{U}{R} \text{ eller}$$

$$R = \frac{U}{I}$$

Omflyttningen så att den obekanta kommer ensam på en sida av likhetstecknet kallas att "lösa ut". Här har vi löst ut I och R ur grundformeln $U = I \cdot R$.

Exempel

Beräkna R för en krets där $U = 24 \text{ V}$ och $I = 0,5 \text{ A}$.

Grundformel $U = I \cdot R$. Vi måste lösa ut R

$$\frac{U}{I} = \frac{I \cdot R}{I}$$

Vi dividerar med I på båda sidor och

$$\frac{U}{I} = R$$

... förkortar bort I så att R blir kvar

$$R = \frac{24}{0,5}$$

Därefter sätter vi in de kända värdena

$$R = 48 \text{ ohm}$$

I det här exemplet använder vi en formel som du kommer i kontakt med senare i utbildningen. Den visar sambandet mellan effekter och verkningsgrad. P_1 är tillförd effekt, P_2 är avgiven effekt och η är verkningsgraden (grekiska bokstaven eta).

Här väljer vi att multiplicera med P_1 eftersom det är P_1 vi vill ha bort. Som du ser är P_1 nämnare i grundformeln och att det P_1 vi multiplicerar till blir täljare. Därför kan P_1 förkortas bort!

Om du inte vet vad täljare och nämnare är så studera avsnittet En inledande repetition.

Regeln om multiplikation och division på båda sidor likhetstecknet för att lösa ut storheter innebär förenklat

- att en faktor som står som nämnare på en sida likhetstecknet kan flyttas över som täljare på den andra sidan och tvärtom.

Den här förenklade metoden kallas ibland "korsvis förflyttning".

I vårt exempel använder vi formeln för beräkning av en triangels area.

Exempel

Beräkna avgivna effekten P_2 för en elmotor med $P_1 = 1\,200$ watt och $\eta = 0,8$.

Grundformel $\eta = \frac{P_2}{P_1}$. Vi måste lösa ut P_2 .

$$P_1 \cdot \eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot P_1$$

Efter multiplikation med P_1 på båda sidor och förkortning får vi:

$$P_2 = P_1 \cdot \eta$$

$$P_2 = 1\,200 \cdot 0,8$$

$$P_2 = 960 \text{ W}$$

Exempel

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Vill vi lösa ut b flyttar vi först över täljaren h så att den blir nämnare på andra sidan.

$$\frac{A}{h} = \frac{b}{2}$$

I nästa steg flyttar vi nämnaren 2 så att den blir täljare på andra sidan.

$$\frac{2 \cdot A}{h} = b$$

$$b = \frac{2 \cdot A}{h}$$

Lägg också märke till att h flyttas "korsvis" från ovanför till under ett bråkstreck och 2:an likaså fast tvärtom.

7.2 Formler med termer

Vid behandling av formler med termer tillämpar du en annan matematisk regel: Från båda sidor av en formel/ekvation kan du addera respektive subtrahera lika stora tal eller lika bokstäver utan att likheten förändras.

Exempel

$$a = b + c$$

$$a - c = b + c - c$$

$$a - c = b$$

Vi vill lösa ut b

Vi subtraherar med c

$+c$ och $-c$ tar ut varandra

Förenklat innebär regeln att

- en term som flyttas från ena sidan likhets-tecknet till den andra byter tecken.

I vårt exempel använder vi en formel för serieförbindning av resistorer. Då vi flyttar över R_1 och R_2 till andra sidan likhetstecknet byter de tecken till minus.

Att $R - R_1 - R_2 = R_3$ lika gärna kan skrivas $R_3 = R - R_1 - R_2$ utan att likheten förändras förstår du säkert!

7.3 Blandade räknesätt

I ett ytterligare exempel ska vi visa en formel som innehåller både blandade räknesätt och parenteser. Formeln används för att visa att resistansen i en ledare är beroende av temperaturen.

Här vill vi enbart redogöra för hur formeln ska behandlas och konstaterar därför bara att vi söker temperaturen t_1 . Alla övriga data känner vi till.

I ett sånt här fall är det inte möjligt att inleda med att lösa ut den obekanta t_1 . Först efter det vi förenklat uppställningen genom multiplikationer och borttagande av parenteser är det möjligt att skriva om uppställningen så att t_1 blir ensam.

Exemplet visar att resistansen hos en ledare stiger från 15 till 18 ohm om temperaturen ökar från 20 till 70°C.

Exempel

Hur stor är resistansen R_3 i en seriekrets om $R = 18$ ohm, $R_1 = 2$ ohm och $R_2 = 6$ ohm?

Grundformel $R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$

R_3 är den obekanta som ska lösas ut!
Vi väljer att flytta bort R_1 och R_2 .

$R - R_1 - R_2 = R_3$; R_1 och R_2 byter tecken

$$R_3 = 18 - 2 - 6$$

$$R_3 = 10 \text{ ohm}$$

Exempel

$$R_2 = R_1 + R_1 \cdot \alpha(t_2 - t_1)$$

$$18 = 15 + 15 \cdot 0,004(70 - t_1)$$

$$18 = 15 + 0,06(70 - t_1)$$

$$18 = 15 + 4,2 - 0,06 t_1$$

$$0,06 t_1 = 15 + 4,2 - 18$$

$$t_1 = \frac{1,2}{0,06}$$

$$t_1 = 20^\circ\text{C}$$

Observera att multiplikationer och parenteser behandlas före addition och subtraktion.

α = den sk temperaturkoefficienten (fås ur tabell).

Övningsuppgifter

20. a) $Q = C \cdot U$

Lös ut C

b) $I = \frac{E}{Z}$

Lös ut E

c) $\frac{R}{R_1} = \frac{I_1}{I}$

Lös ut I

d) $\frac{R \cdot C}{L} = \frac{4}{3}$

Lös ut R

e) $\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2}$

Lös ut U_1

f) $\frac{R_1 - R_2}{9} = R_3$

Lös ut R_1

Facit övningsuppgifter

20. a) $C = \frac{Q}{U}$

b) $E = I \cdot Z$

c) $I = \frac{I_1 \cdot R_1}{R}$

d) $R = \frac{4L}{3C}$

e) $U_1 = \frac{N_1 \cdot U_2}{N_2}$

f) $R_1 = 9R_3 + R_2$

7 Formelräkning

Räkning med formler tror vi att du behöver träna grundligt. I arbetsuppgifterna nedan får du prova att lösa några olika elproblem med användning av formler.

Studera kapitel 7 i faktaboken. Återvänd därefter hit till arbetsboken.

Arbetsuppgifter kapitel 7

- 1 En vanlig formel är $R = \frac{\rho \cdot l}{A}$ för resistansen i

ledare. ρ kan du tills vidare betrakta som en konstant beroende av ledarmaterialet. Närmare förklaring får du i elläran.

R = resistansen i ohm

l = ledarlängd i meter

A = ledararea i mm^2

ρ = ledarmaterialets resistivitet (uttalas rå)

- a) Beräkna R för en Cu-ledare ($\rho = 0,018$) med längden 20 m och arean $1,5 \text{ mm}^2$

$R = \dots\dots\dots$ ohm

- b) I a) använde du ursprungsformeln direkt. I den här uppgiften ska du i stället lösa ut A . Dvs — du söker värdet för A och måste därför skriva om formeln så att A blir ensamt på en sida likhetstecknet. Gör så här:

Multiplitera med A på båda sidor om likhetstecknet och förkorta

$$R = \frac{\rho \cdot l}{A}$$

Efter det bör formeln se ut som den här. Dividera med R på båda sidor och förkorta

$$A \cdot R = \rho \cdot l$$

Den slutliga formeln

$$A =$$

- c) Beräkna A för en ledare av aluminium ($\rho = 0,03$) med längden 25 m och resistansen 0,3 ohm

$$A = \dots\dots\dots \text{ mm}^2$$

- 2 a) Beräkna längden av en kopparledare med arean $2,5 \text{ mm}^2$ och resistansen 0,9 ohm. Inled med att lösa ut l

$$l = \dots\dots\dots \text{ m}$$

- b) Av vilket material består en ledare som har resistansen 0,45 ohm, är 60 m lång och har

$$\text{arean } 4 \text{ mm}^2? \dots\dots\dots$$

- 3 Formeln $A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ använder vi för beräkning av ledararea. Om du söker resistansen för en ledare som du inte vet arean på utför du alltså beräkningen i två steg.

$$\pi \approx 3,14$$

d^2 = diameter i kvadrat

A = ledararea i mm^2

Först mäter du diametern på ledaren och beräknar arean med formeln ovan. Därefter

beräknar du R med $R = \frac{\rho \cdot l}{A}$.

- a) Med mikrometer mätte du diametern för en ledare till ca 1,38 mm. Beräkna ledarens area. Observera att du inte kan få exakta värden

$$A \approx \dots\dots\dots \text{ mm}^2$$

- b) Beräkna resistansen för ledaren om den är av stål och 50 m lång. $\rho = 0,20$

$$R \approx \dots\dots\dots \text{ ohm}$$

- 4 Den omflyttning av storheter i en formel genom multiplikation, division och förkortningar som du utförde i uppgift 1 b) kan utföras mera praktiskt med sk *korsvis* förflyttning. Gå tillbaka och titta på vårt exempel i faktaboken.

Vill du lösa ut A i formeln $R = \frac{\rho \cdot l}{A}$ byter du helt enkelt plats med A och R . A som står under bråkstreck som *nämnare* på en sida blir *täljare* på den andra och R som är *täljare* blir *nämnare* på andra sidan.

$$R = \frac{\rho \cdot l}{A}$$

efter platsbyte

$$A = \frac{\rho \cdot l}{R}$$

Söker du ρ flyttar du bort l och A så att ρ blir ensamt på sin sida. A flyttas över som täljare bredvid R och l flyttas ned som nämnare under R och A .

$$\frac{A \cdot R}{l} = \rho$$

flyttats upp
flyttats ned

Vid omskrivning av formler kan du alltså använda den matematiska metoden som i uppgift 1 eller den "mekaniska" metoden med korsvis förflyttning. Korsvis förflyttning är egentligen bara en förenkling av matematiken och bygger på samma regler.

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \Rightarrow 4 = \frac{\pi \cdot d^2}{A} \Rightarrow d^2 = \frac{4A}{\pi} \Rightarrow \pi = \frac{4A}{d^2}$$

Skriv om formeln ovan med korsvis förflyttning så att du löser ut 4 , d^2 och π .

- 5 En annan formel kan skrivas så här:

$$W = I^2 \cdot R \cdot t$$

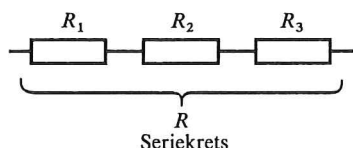
Skriv om formeln så att du löser ut t , R och I^2 .

$$t = \frac{W}{I^2 \cdot R} \quad R = \frac{W}{I^2 \cdot t} \quad I^2 = \frac{W}{R \cdot t}$$

- 6 Ohms lag lyder $U = I \cdot R$. Beräkna I om $R = 250 \text{ ohm}$ och $U = 6 \text{ V}$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{6}{250} = 0,024 \text{ A}$$

- 7 Hittills har vi tittat på formler som är uppbyggda med division och multiplikation. Formler med termer behandlas på annat sätt. Studera våra exempel i avsnitt 7.2 Formler med termer i faktaboken.



Här ska vi använda formeln

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

för serieförbundna resistorer.

- a) Beräkna totala resistansen R för en seriekrets där $R_1 = 5 \text{ ohm}$, $R_2 = 10 \text{ ohm}$, $R_3 = 15 \text{ ohm}$ och $R_4 = 20 \text{ ohm}$

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 5 + 10 + 15 + 20 = 50 \text{ ohm}$$

- b) Skriv om formeln enligt de regler du lärt dig i faktaboken så att du löser ut R_1 , R_2 och R_3 .

$$R_1 = R - R_2 - R_3 - R_4$$

$$R_2 = R - R_1 - R_3 - R_4$$

$$R_3 = R - R_1 - R_2 - R_4$$

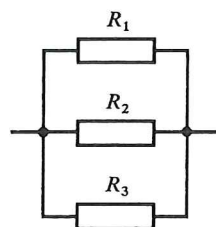
- c) Beräkna R_2 för en krets där $R = 10 \text{ kohm}$, $R_1 = 500 \text{ ohm}$ och $R_3 = 1,2 \text{ kohm}$. Observera regeln om samhöriga enheter. Alla värden måste ha samma "sort"

$$R_2 = R - R_1 - R_3 = 10 - 0,5 - 1,2 = 8,3 \text{ kohm}$$

- 8 För parallellkretsar gäller formeln

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

Den här är något besvärligare att använda eftersom den består av ett antal bråk. Du ska i alla fall få försöka.



Parallellkrets

- a) För omskrivningar gäller samma regler som i uppgift 7 eftersom den är uppbyggd av termer. Skriv därför om formeln så att du löser ut $\frac{1}{R_1}$, $\frac{1}{R_2}$ och $\frac{1}{R_3}$.

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} - \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{R_3} = \frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}$$

- b) Beräkna R för en krets där $R_1 = 2 \text{ ohm}$ och $R_2 = 6 \text{ ohm}$. Skriv först in de kända värdena i formeln

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

Bestäm mgn och skriv om formeln på ett gemensamt bråkstreck

$$\frac{1}{R} = \frac{\quad}{\quad}$$

Svaret som du får i formen $\frac{1}{R}$ = måste skrivas om med tex korsvis förflyttning så att du får $R = ?$

$$R = \dots\dots\dots \text{ ohm}$$

- c) Beräkna R_1 för en parallellkrets bestående av två resistorer där $R = 4 \text{ ohm}$ och $R_2 = 12 \text{ ohm}$.

$$R_1 = \dots\dots\dots \text{ ohm}$$

I samband med att du behandlar bråk kommer du att få fler exempel av den här typen.

- 9 I avsnitt 7.3 Blandade räknesätt visade vi formeln för resistansens temperaturberoende. Här ska du använda den för att beräkna R_1 om

$$R_2 = 20 \text{ ohm} \quad R_2 = R_1 + R_1 \cdot \alpha(t_2 - t_1)$$

$$t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C} \quad 20 =$$

$$t_2 = 70 \text{ }^\circ\text{C och}$$

$$\alpha = 0,004$$

Skriv in de kända värdena i en ny uppställning under formeln. Därefter utför du beräkningarna i ordningen parenteser först, därefter multiplikation osv

$$R_1 \approx \dots\dots\dots \text{ ohm}$$

- 10 $R_2 = R_1 \cdot \frac{235 + t_2}{235 + t_1}$ är en specialformel som kan användas om ledarmaterialet är koppar eller aluminium. Kontrollera dina beräkningar i uppgift 9 genom att beräkna R_1 även med den här formeln.

$$R_1 \approx \dots\dots\dots \text{ ohm}$$

- 11 Skriv om Ohms lag $U = I \cdot R$ så att du löser ut

a) I , dvs $I =$

b) R , dvs $R =$

- 12 En annan elformel skrivs $X_L = 2\pi fL$. Skriv om formeln så att du löser ut

a) f , dvs $f =$

b) L , dvs $L =$

- 13 Använd formeln i 12 och beräkna X_L om $f = 100 \text{ Hz}$ och $L = 0,1 \text{ H}$.

$$X_L = \dots\dots\dots \text{ ohm}$$

- 14 En annan elformel skrivs $E = I \cdot R_i + I \cdot R_y$. Beräkna E om $I = 0,4 \text{ A}$, $R_i = 0,2 \text{ ohm}$ och $R_y = 1,6 \text{ ohm}$.

$$E = \dots\dots\dots \text{ volt}$$

- 15 Skriv om formeln $X_C = \frac{1}{2\pi fC}$ så att du löser ut

a) C , dvs $C =$

b) f , dvs $f =$

Den här arbetsuppgiften har varit omfattande. Men vi har med avsikt tagit upp några vanliga formler och behandlat dom ganska grundligt. Vi menar att du ska återvända hit för repetition om det hakar upp sig med formelräkningen i elläran.

FACIT

Facit

Arbetsuppgifter kapitel 7

1 a) 0,24 ohm b) $A = \frac{Q \cdot I}{R}$ c) 2,5 mm²

2 a) 125 m b) Aluminium (Al)

3 a) 1,5 mm² b) 6,67 ohm

4 $4 = \frac{\pi \cdot d^2}{A}$ $d^2 = \frac{4 \cdot A}{\pi}$ $\pi = \frac{4 \cdot A}{d^2}$

5 $t = \frac{W}{R \cdot I^2}$ $R = \frac{W}{t \cdot I^2}$ $I^2 = \frac{W}{R \cdot t}$

6 0,024 A

7 a) 50 ohm

b) $R_1 = R - R_2 - R_3 - R_4$;

$R_2 = R - R_1 - R_3 - R_4$;

$R_3 = R - R_1 - R_2 - R_4$

c) 8,3 kohm

8 a) $\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} - \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_3}$; $\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_3}$;
 $\frac{1}{R_3} = \frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}$

b) 1,5 ohm c) 6 ohm

9 $R_1 \approx 16,67$ ohm

10 $R_1 \approx 16,7$ ohm

11 a) $I = U/R$ b) $R = U/I$

12 a) $f = \frac{X_L}{2\pi L}$ b) $L = \frac{X_L}{2\pi f}$

13 $X_L = \text{ca } 62,8$ ohm

14 $E = 0,72$ volt

15 a) $\frac{1}{2\pi f X_c}$ b) $\frac{1}{2\pi C X_c}$